

# Des objections d'Einstein aux bits quantiques: les stupéfiantes propriétés de l'intrication



Alain ASPECT et Philippe GRANGIER

Institut d'Optique. Orsay



- Pour la Science, déc. 2004
- “Einstein aujourd’hui”, CNRS éditions, EDP Sciences, 2005
- “Une nouvelle révolution quantique” in “Demain La Physique”, O. Jacob, 2004
- “Bell’s theorem: the naïve view of an experimentalist”,  
<http://hal.ccsd.cnrs.fr/abs/quant-ph/0101098>

# Einstein et la Physique Quantique

## Une contribution fondatrice (1905)

La lumière est formée de quanta, les photons, qui possèdent une énergie et une impulsion bien déterminées. **Prix Nobel 1922.**



## Une objection fructueuse (1935): l'intrication

**Einstein, Podolsky, Rosen (EPR):** Le formalisme quantique permet d'envisager des situations aux propriétés stupéfiantes (**paires de particules intriquées**): **le formalisme doit être complété.**

Objection longtemps sous-estimée (sauf réponse de Bohr, 1935) jusqu'au **théorème de Bell (1964)** et à la compréhension de sa portée (1970-80).

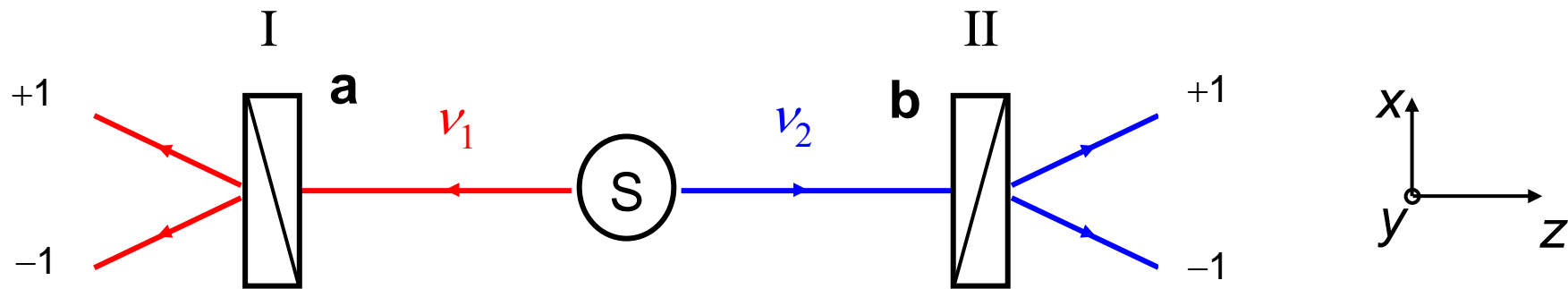
L'intrication ouvre la voie à l'information quantique (1990- )

Peut-on (doit-on) expliquer le caractère probabiliste des prédictions quantiques en invoquant un niveau de description supplémentaire sous-jacent (paramètres supplémentaires, ou variables cachées) ?

C'est la conclusion du raisonnement d'Einstein-Podolsky-Rosen (1935), auquel Bohr s'oppose.

Le théorème de Bell (1964) permet de trancher expérimentalement le débat.

# L'expérience de pensée d'Einstein-Podolsky-Rosen avec des photons corrélés en polarisation



Mesure de la **polarisation de  $v_1$  suivant l'orientation  $\mathbf{a}$**  and **de la polarisation de  $v_2$  suivant l'orientation  $\mathbf{b}$**  : resultats +1 or -1

⇒ Probabilités de trouver **+1 ou -1 pour  $v_1$  (mesuré suivant  $\mathbf{a}$ )** et **+1 ou -1 pour  $v_2$  (mesuré suivant  $\mathbf{b}$ )**.

Probabilités simples

$$P_+(\mathbf{a}), P_-(\mathbf{a})$$

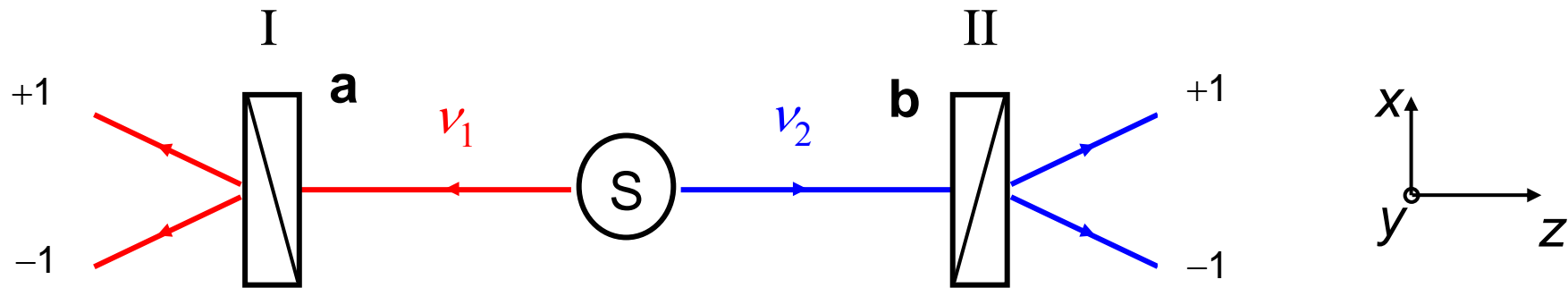
$$P_+(\mathbf{b}), P_-(\mathbf{b})$$

Probabilités conjointes

$$P_{++}(\mathbf{a}, \mathbf{b}), P_{+-}(\mathbf{a}, \mathbf{b})$$

$$P_{-+}(\mathbf{a}, \mathbf{b}), P_{--}(\mathbf{a}, \mathbf{b})$$

# L'expérience de pensée d'Einstein-Podolsky-Rosen avec des photons corrélés en polarisation

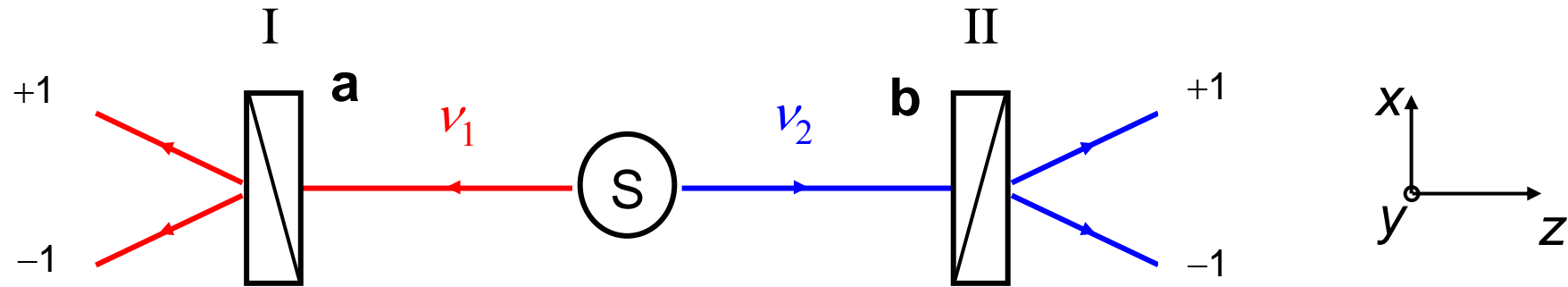


Pour l'état intriqué EPR...  $|\Psi(\nu_1, \nu_2)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ |x, x\rangle + |y, y\rangle \}$

la mécanique quantique prédit des résultats individuels aléatoires...  $P_+(\mathbf{a}) = P_-(\mathbf{a}) = \frac{1}{2}$  ;  $P_+(\mathbf{b}) = P_-(\mathbf{b}) = \frac{1}{2}$

mais fortement corrélés entre eux:  $(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = 0 \Rightarrow P_{++} = P_{--} = \frac{1}{2}$   
si +1 pour  $\nu_1$  alors on a avec certitude +1 pour  $\nu_2$   $P_{+-} = P_{-+} = 0$

# Le coefficient de corrélation de polarisation



On peut caractériser quantitativement les **corrélations** entre les résultats des mesures en I et II par le **coefficient**:

$$E = P_{++} + P_{--} - P_{+-} - P_{-+} = P(\text{résultats id}^\circ) - P(\text{résultats } \neq)$$

MQ prédit, pour des polariseurs parallèles	$P_{++} = P_{--} = \frac{1}{2}$	$\Rightarrow E_{\text{MQ}} = 1$
	$P_{+-} = P_{-+} = 0$	Corrélation totale

Plus généralement, pour un angle quelconque (a,b) entre polariseurs

$$E_{\text{MQ}}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \cos 2(\mathbf{a}, \mathbf{b})$$

NB:  $E_{\text{MQ}}(0) = 1$

# Comment “comprendre” les corrélations EPR prédites par la Mécanique Quantique?

Peut-on en donner une image à partir du calcul quantique?

Le calcul direct  $P_{++}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = |\langle +_{\mathbf{a}}, +_{\mathbf{b}} | \Psi(\nu_1, \nu_2) \rangle|^2 = \frac{1}{2} \cos^2(\mathbf{a}, \mathbf{b})$   
s’effectue dans un espace abstrait, l’espace de configuration,  
décrivant globalement les deux particules: impossible d’en tirer  
une image dans l’espace réel où les deux photons sont séparés.

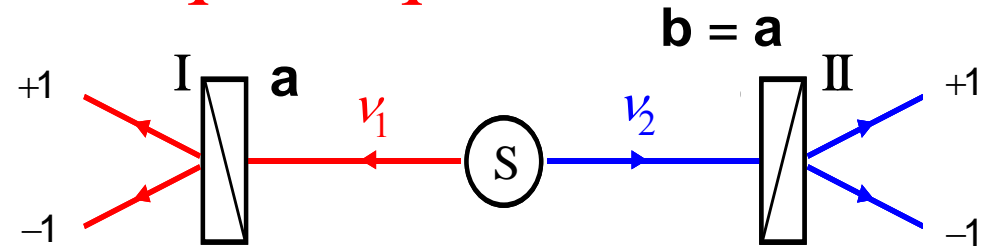
Cela tient au caractère non-factorisable de l’état intriqué:

$$|\Psi(\nu_1, \nu_2)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ |x, x\rangle + |y, y\rangle \} \neq |\phi(\nu_1)\rangle \cdot |\chi(\nu_2)\rangle$$

On ne peut identifier des propriétés propres à chaque photon

# Une image des corrélations EPR à partir du calcul quantique

Calcul en 2 étapes (MQ standard)



1) Mesure sur  $\nu_1$  en I (suivant  $\mathbf{a}$ )

$\Rightarrow$  resultat  $+1$

ou

$\Rightarrow$  resultat  $-1$

Juste après la mesure, « réduction du paquet d'onde »: le photon  $\nu_2$  est projeté dans un état correspondant à la polarisation trouvée pour  $\nu_1$

$|+_a\rangle$

ou

$|-_a\rangle$

2) Mesure sur  $\nu_2$  en II (suivant  $\mathbf{b}=\mathbf{a}$ )

- Si on avait trouvé  $+1$  pour  $\nu_1$  alors  $\nu_2$  est “polarisé  $+_a$ ” et la mesure suivant  $\mathbf{b} = \mathbf{a}$  donne  $+1$ ;
- Si on avait trouvé  $-1$  pour  $\nu_1$  alors  $\nu_2$  est “polarisé  $-_a$ ” et la mesure suivant  $\mathbf{b} = \mathbf{a}$  donne  $+1$ ;

La mesure sur  $\nu_1$  semble influencer instantanément à distance l'état de  $\nu_2$ : **inacceptable pour Einstein (causalité relativiste).**

# Une explication classique des corrélations à distance (suggérée par le raisonnement EPR)

- Les deux photons d'une même paire portent dès leur émission une information identique ( $\lambda$ ), qui va déterminer le résultat des mesures de polarisation.
- La propriété  $\lambda$  est différente d'une paire à l'autre.

exemple

$$\lambda = +_a$$

ou

$$\lambda = -_a$$

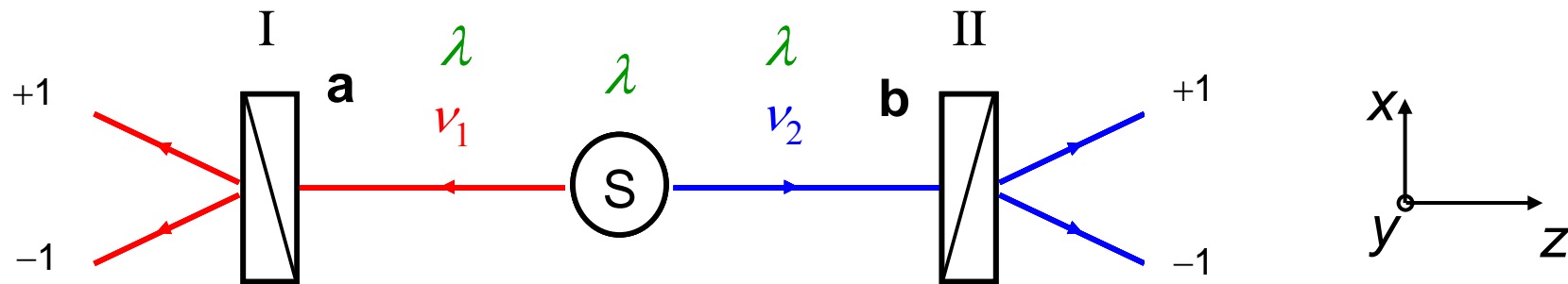


Image simple et convaincante (analogue aux chromosomes identiques des jumeaux vrais), mais.....revient à compléter le formalisme quantique:  $\lambda =$  paramètre supplémentaire (« variable cachée »)

⇒ Bohr en désaccord: propriétés globales, pas de propriétés des composants individuels de la paire

# Un débat de plusieurs décennies

Débat acharné entre Bohr et Einstein...

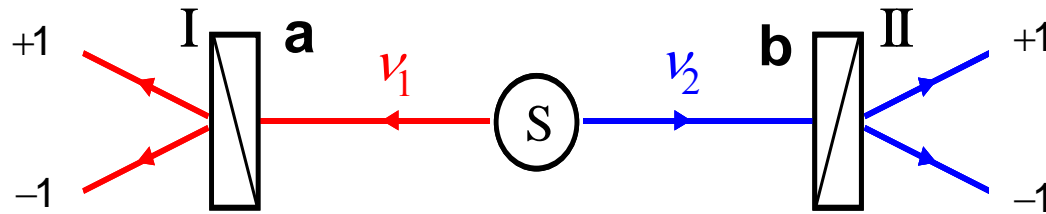


... sans grand écho chez la majorité des physiciens

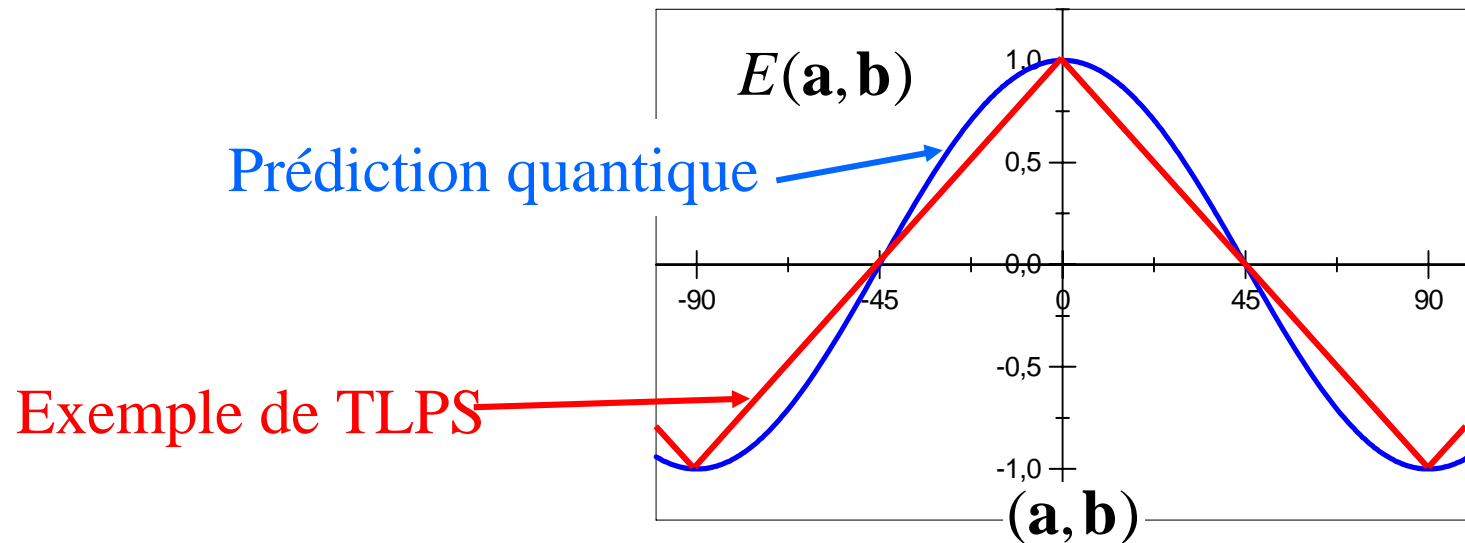
- **La mécanique quantique accumule les succès\***:
  - **Compréhension de la nature**: structure et propriétés de la matière (particules élémentaires, atomes, molécules, solides, supraconductivité, superfluidité...)
  - **Concepts nouveaux** conduisant à des **inventions révolutionnaires**: transistor, laser...
- Pas de désaccord sur la **validité** des prédictions quantiques, seulement sur son **interprétation**.

\* « Une nouvelle révolution quantique », AA in « Demain La Physique »

# 1964: le théorème de Bell



Il n'existe **aucune théorie locale à paramètres supplémentaires** (dans l'esprit des idées d'Einstein) reproduisant les **prédictions quantiques** pour les corrélations EPR pour **l'ensemble** des orientations possibles des polariseurs.



# Le théorème de Bell est quantitatif

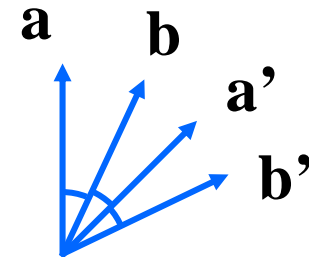
Théorie locale à paramètres supp.  $\Rightarrow$  inégalités de Bell

$$-2 \leq S \leq 2 \text{ avec } S = E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - E(\mathbf{a}, \mathbf{b}') + E(\mathbf{a}', \mathbf{b}) + E(\mathbf{a}', \mathbf{b}')$$

Mécanique quantique  $E_{\text{MQ}}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \cos 2(\mathbf{a}, \mathbf{b})$

pour les orientations  $(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = (\mathbf{b}, \mathbf{a}') = (\mathbf{a}', \mathbf{b}) = \frac{\pi}{8}$

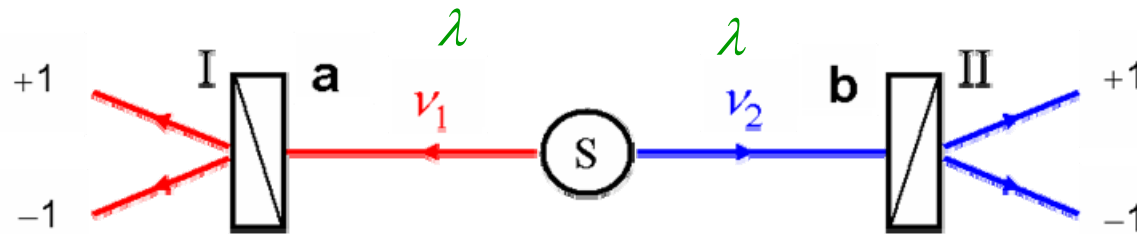
$$S_{\text{QM}} = 2\sqrt{2} = 2.828... > 2$$



**CONFLIT !** La possibilité de compléter la Mécanique quantique n'est plus une question de choix épistémologique. C'est devenu une question expérimentale.

# Conditions du conflit avec MQ

( $\Rightarrow$  hypothèses pour Inégalités de Bell)



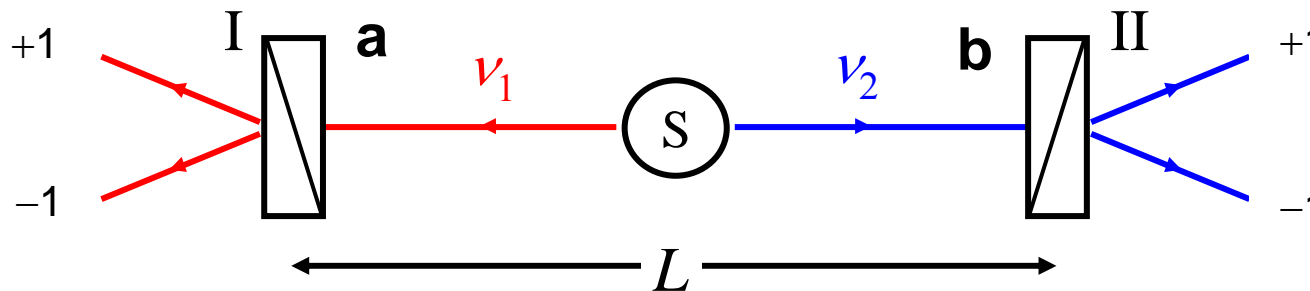
Il y a des paramètres supplémentaires  $\lambda$  : corrélations expliquées par des paramètres supplémentaires portés par chaque particule. Explication « à la Einstein » attribuant à chaque particule séparée des propriétés individuelles: **description réaliste locale des corrélations.**

- Localité de Bell pour l'expérience de pensée**
- Le résultat  $A(\lambda, \mathbf{a})$  de la mesure sur  $v_1$  en I ne dépend pas de l'orientation  $\mathbf{b}$  du polariseur II éloigné, et vice-versa.
  - La distribution  $\rho(\lambda)$  des paramètres supplémentaires sur chaque paire ne dépend pas des orientations  $\mathbf{a}$  et  $\mathbf{b}$ .

# La condition de localité de Bell

$$A(\lambda, \mathbf{a}, \mathbf{b}) \quad B(\lambda, \mathbf{a}, \mathbf{b}) \quad \rho(\lambda, \mathbf{a}, \mathbf{b})$$

On peut la poser comme une hypothèse raisonnable, mais...  
...dans une expérience avec des **polariseurs variables** (orientations modifiées rapidement à l'échelle du temps de parcours  $L/c$  de la lumière entre les polariseurs) la condition de localité de Bell devient une conséquence de la causalité relativiste **d'Einstein** (pas d'influence plus rapide que la lumière)



Conflit entre **la Mécanique quantique** et la conception **réaliste locale** du monde « à la Einstein ».

# Du débat épistémologique aux tests expérimentaux

Le théorème de Bell établit de façon quantitative l'incompatibilité entre les prédictions quantiques pour les paires de particules intriquées et la vision réaliste locale du monde (à la Einstein).

Un test expérimental devient possible.

Lors de la parution de l'article de Bell (1964), il n'existait aucun résultat expérimental permettant de conclure:

- Les inégalités de Bell s'appliquent à toutes les corrélations descriptibles par la physique classique (mécanique, électromagnétisme).
- Elles s'appliquent à la plupart des situations connues où la physique quantique est nécessaire.
- Il faut développer des expériences spécifiques

# Trois générations d'expériences

Les pionniers (1972-76): Berkeley, Harvard, Texas A&M

- Résultats contradictoires, avec une majorité en faveur de la Mécanique Quantique
- Loin de l'expérience idéale

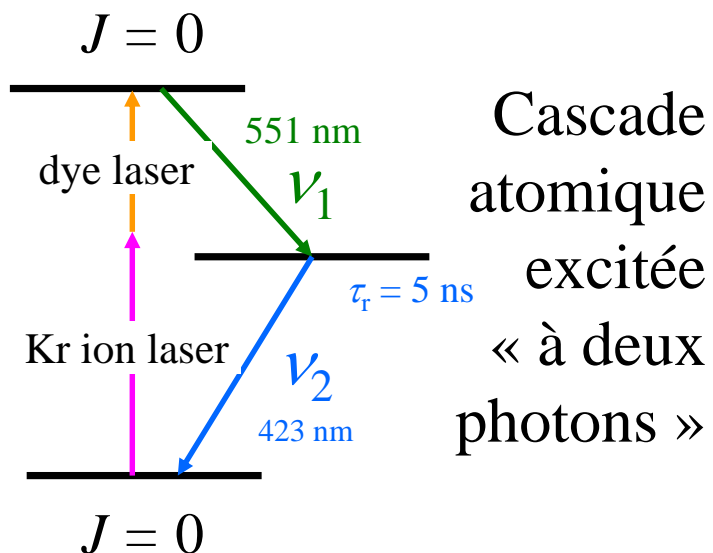
Les expériences d'Orsay (1981-82)

- Une source de paires de photons intriqués d'une efficacité sans précédent
- Schémas très proches de l'expérience idéale
- Test de la non localité quantique (séparation relativiste)

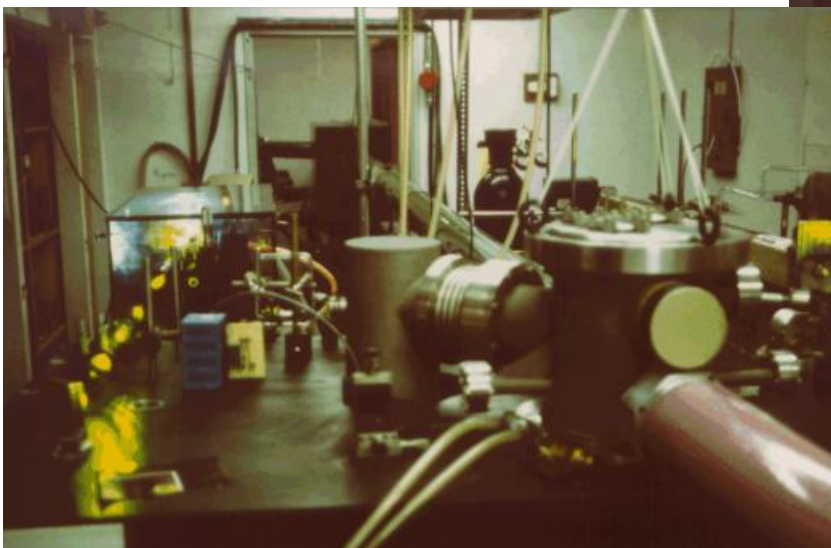
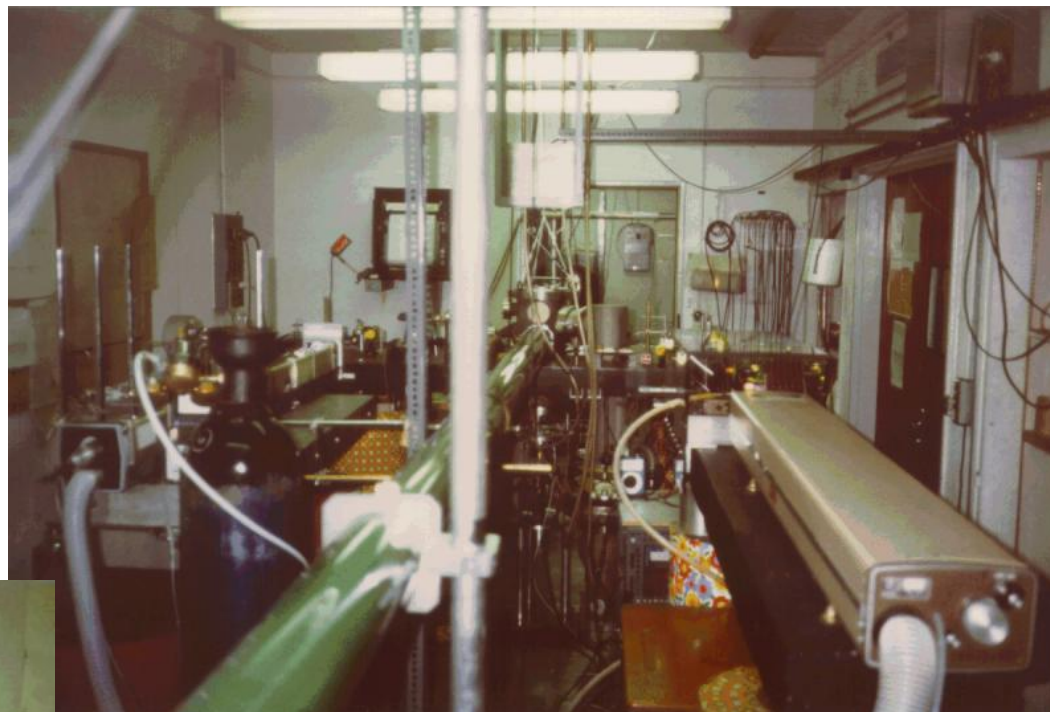
Les expériences de troisième génération (1988-99): Maryland, Rochester, Malvern, Genève, Innsbruck, Paris, Boulder

- De nouvelles sources de paires intriquées
- Fermeture des dernières échappatoires
- L'intrication à très grande distance

# La source de paires de photons intriqués d'Orsay



Cascade  
atomique  
excitée  
« à deux  
photons »



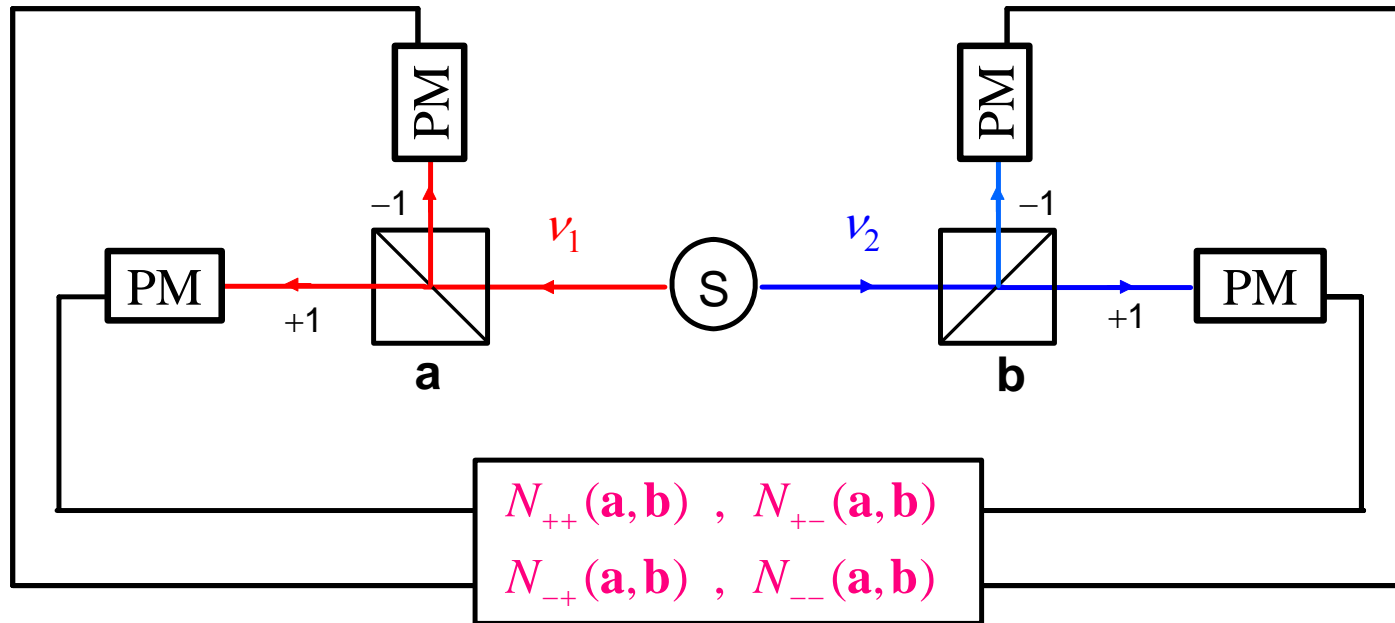
Détecteurs à 6 m de part et d'autre  
de la source: séparation relativiste

☺ 100 coïncidences par seconde

Précision de 1% au bout de 100 s

# Expérience avec polariseurs à deux voies

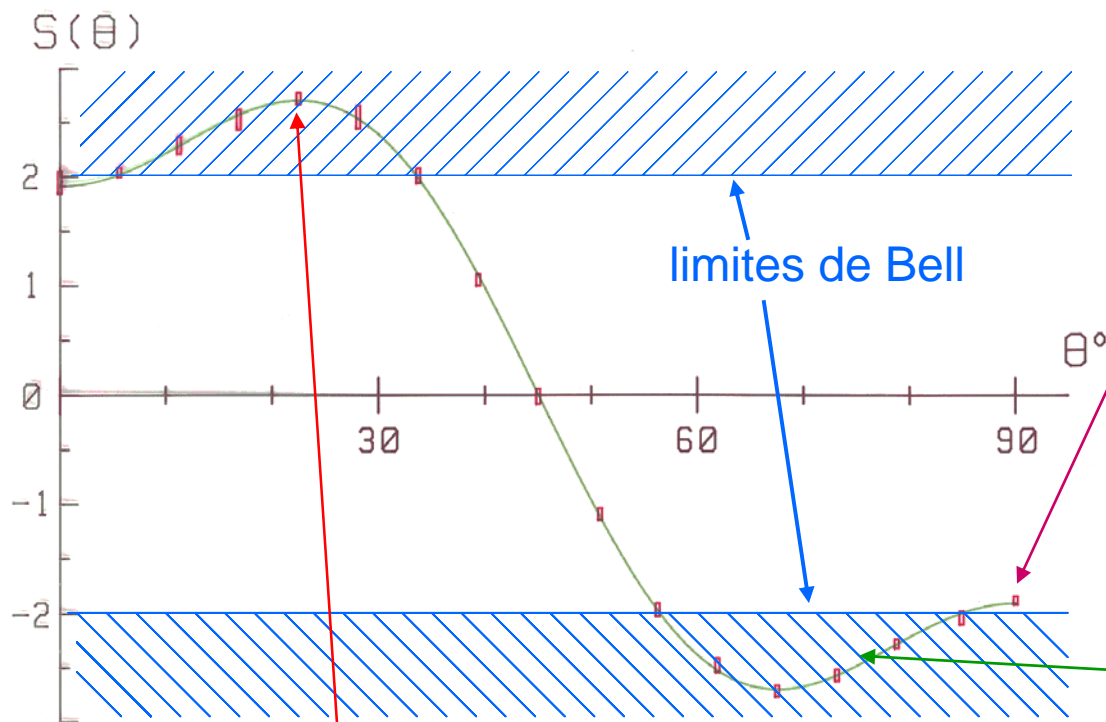
(AA, P. Grangier, G. Roger, 1982)



Mesure directe du coefficient de corrélation de polarisation:  
les 4 taux de coïncidence sont mesurés simultanément

$$E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \frac{N_{++}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - N_{+-}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - N_{-+}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) + N_{--}(\mathbf{a}, \mathbf{b})}{N_{++}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) + N_{+-}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) + N_{-+}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) + N_{--}(\mathbf{a}, \mathbf{b})}$$

# Expérience avec polariseurs à deux voies (AA, P. Grangier, G. Roger, 1982)



□ valeur mesurée  $\pm 2$  écarts-type

— valeur prédite par la mécanique quantique (pour l'expérience réelle, avec ses imperfections)

Pour  $\theta = (\mathbf{a}, \mathbf{b}) = (\mathbf{b}, \mathbf{a}') = (\mathbf{a}', \mathbf{b}) = 22.5^\circ$   $S_{\text{exp}}(\theta) = 2.697 \pm 0.015$

Violation des inégalités de Bell  $S \leq 2$  par plus de 40 écarts-type

Excellent accord avec les prédictions quantiques:  $S_{\text{MQ}} = 2.70$

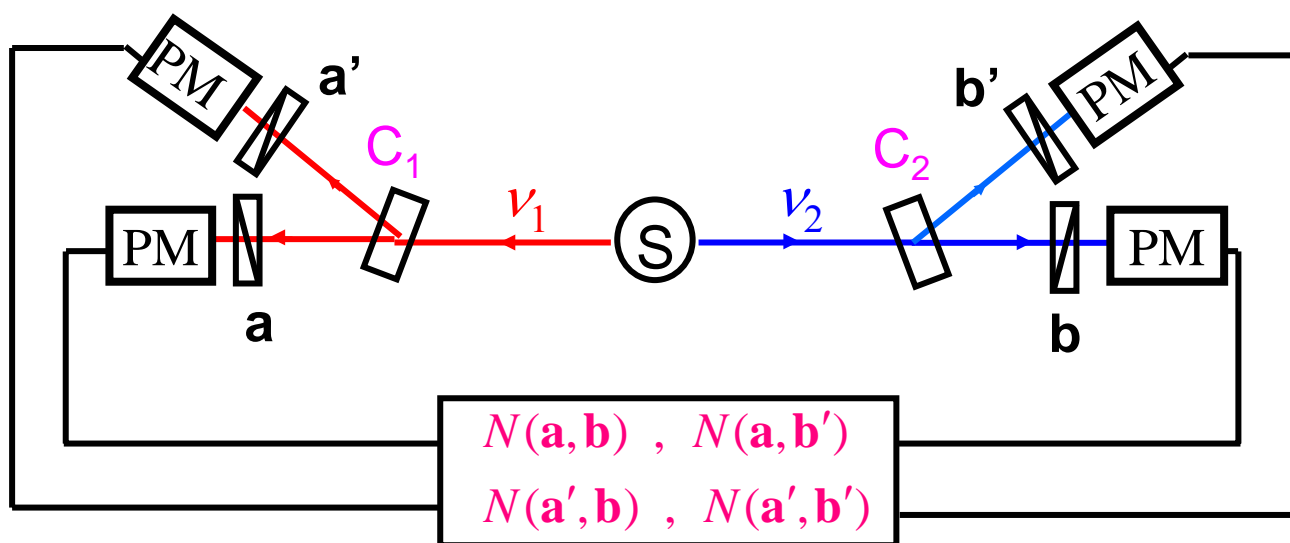
# Expérience avec polariseurs variables

AA, J. Dalibard, G. Roger, PRL 1982

La **localité** comme conséquence de la **causalité relativiste**: **modifier l'orientation des polariseurs** plus vite que le **temps de propagation de la lumière** entre les deux polariseurs (40 nanosecondes pour  $L = 12$  m)

☹ Irréaliste avec des polariseurs massifs

☺ Possible avec commutateurs optiques



Entre deux basculements:  $10 \text{ ns} \ll 40 \text{ ns}$

Commutateur C2 envoie la lumière

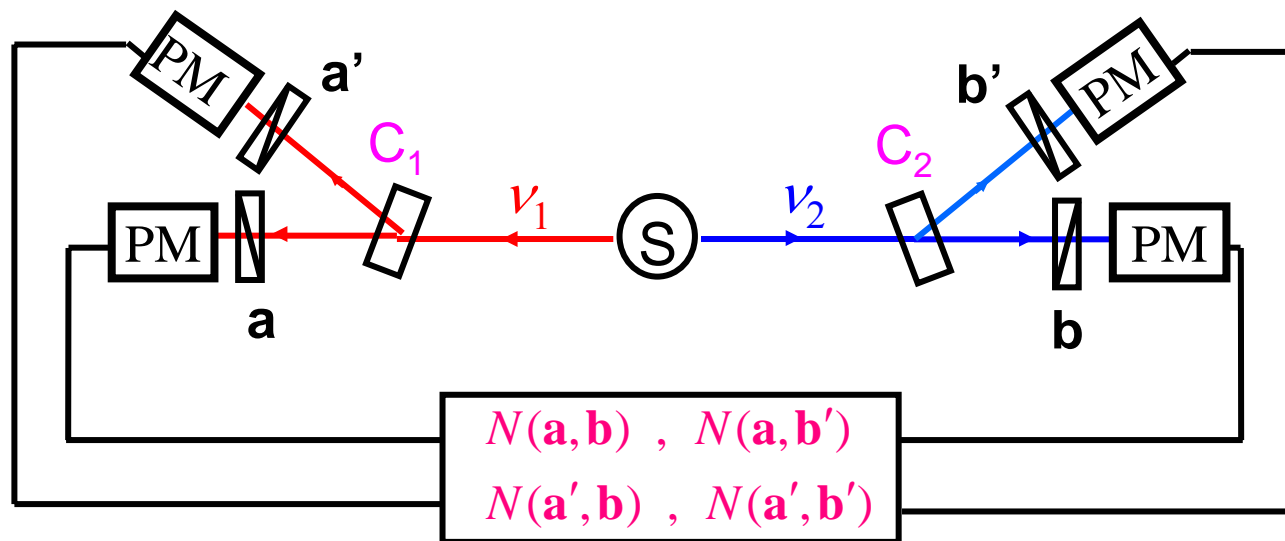
- tantôt vers polar. orienté **b**
- tantôt vers polar. orienté **b'**

Équivalent à un polariseur basculant entre **b** et **b'**

Idem C<sub>1</sub> entre **b** et **b'**

# Expérience avec polariseurs variables: résultats

Orientation des polariseurs (équivalents) **modifiée plus vite** (toutes les 10 ns) **que le temps de propagation de la lumière entre les deux polariseurs** (40 nanosecondes pour  $L = 12$  m)

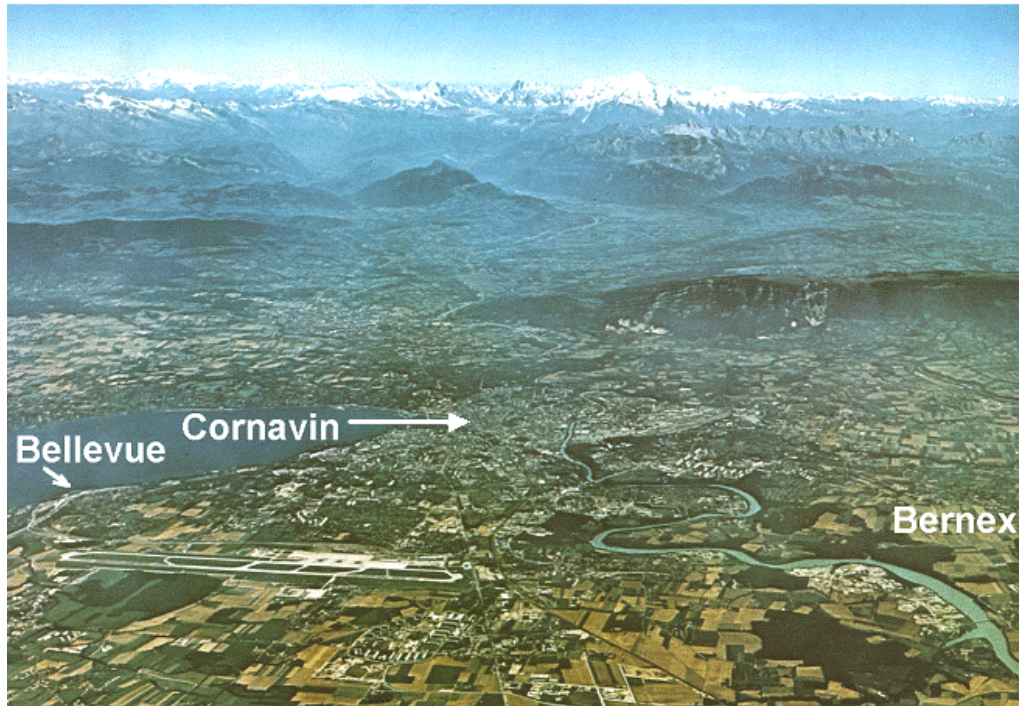


Expérience plus difficile: signal réduit; nécessité d'accumuler les données plusieurs heures

**Violation des inégalités de Bell** par 6 écarts-type: convaincant bien que moins spectaculaire qu'expérience précédente. **Mesures séparées au sens relativiste** (intervalle du genre espace).

# Expériences de troisième génération

Photons intriqués émis dans des directions contrôlées: injectables dans des fibres optiques. **Intrication à grande distance**



## Expérience de Genève (1998):

- Utilisation des fibres optiques du réseau commercial
- mesures séparées de 30 km

**Accord avec MQ.**

**Expérience d'Innsbruck (1999):** polariseurs variables basculés de façon vraiment aléatoire (propagation sur plusieurs centaines de mètres). **Accord avec MQ.**

# Violation des inégalités de Bell dans des expériences quasi idéales

Résultats en accord avec la Mécanique Quantique dans des expériences toujours plus proches de l'expérience de pensée:

- Sources de paires de photons intriqués de plus en plus performantes.
- Séparation relativiste des mesures dans expériences avec polariseurs variables.
- Expérience avec ions piégés (Boulder 2000): fermeture de l'échappatoire liée à la sensibilité limitée.

Il faut renoncer à la description réaliste locale « à la Einstein »

# Le renoncement au réalisme local

Einstein avait envisagé (pour les réfuter dans un raisonnement par l'absurde) ce que seraient les **conséquences de la non validité du raisonnement EPR**:

- Soit laisser tomber l'exigence de l'indépendance des réalités physiques présentes dans des parties distinctes de l'espace
- Ou accepter que la mesure sur  $S_1$  change (instantanément) la situation réelle de  $S_2$

## Non localité quantique – Holisme quantique

Les propriétés d'une paire de particules intriquées ne se résument pas à la somme des propriétés individuelles des deux particules. L'intrication est une propriété globale.

**NB:** pas de transmission d'un signal utilisable plus vite que la lumière

# Utilisation de l'intrication pour l'information quantique

La démonstration expérimentale de l'intrication quantique a déclenché l'apparition d'un nouveau champ de recherche:  
l'information quantique

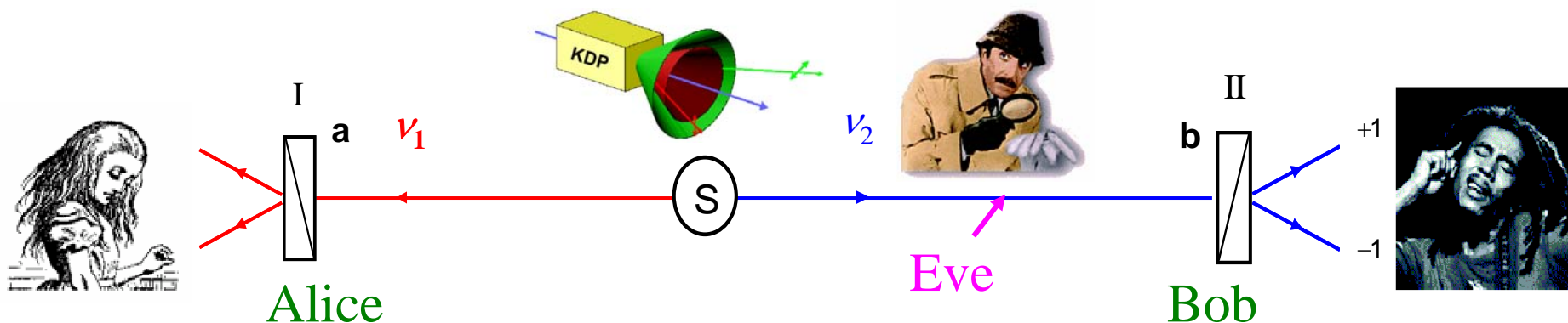
Un matériel reposant sur des principes physiques différents permet de développer des concepts nouveaux en théorie de l'information.

L'intrication quantique est à la base de la plupart des schémas d'information quantique

- Cryptographie quantique (schéma de Eckert)
- Portes logiques quantiques composants de base d'un hypothétique ordinateur quantique...

# Cryptographie quantique par paires intriquées (A. Ekert)

Le problème: **distribution** à deux partenaires (**Alice et Bob**) de **deux clefs de codage aléatoires identiques**, en étant sûr **qu'aucun espion (Eve)** n'a pu avoir une **copie de la clef**.



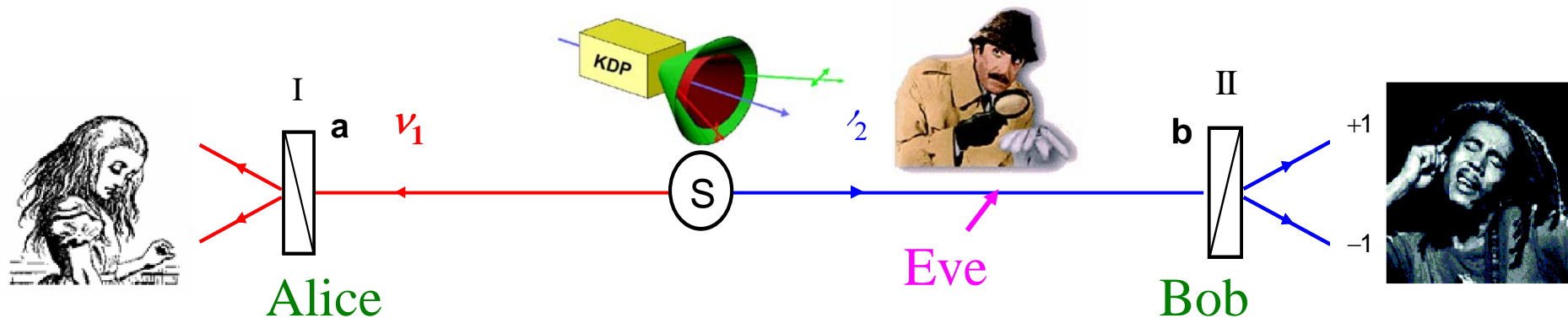
Alice et Bob **choisissent aléatoirement leurs directions d'analyse a et b** parmi 2, effectuent leurs mesures, **puis communiquent publiquement:**

- **toutes les orientations choisies;**
- **certains résultats de mesure**

# Cryptographie quantique par paires intriquées

Alice et Bob choisissent aléatoirement leurs directions d'analyse **a** et **b** parmi 2, effectuent leurs mesures, puis communiquent publiquement:

- toutes les orientations choisies;
- certains résultats de mesure



**a** et **b** identiques : résultats sont identiques  $\Rightarrow$  2 clefs identiques.

Il n'y avait rien à espionner : les résultats n'existaient pas avant la mesure.

Toute stratégie d'interception et ré-émission est détectable en effectuant un test de violation des inégalités de Bell.

# L'ordinateur quantique?

Un ordinateur quantique permettrait de mettre en œuvre des algorithmes spécifiques capables de réaliser des calculs défiant la puissance des ordinateurs classiques en un temps raisonnable (1 an au lieu de l'âge de l'univers!). Exemple: décomposition en facteurs premiers d'un nombre de quelques centaines de chiffres: codage RSA.

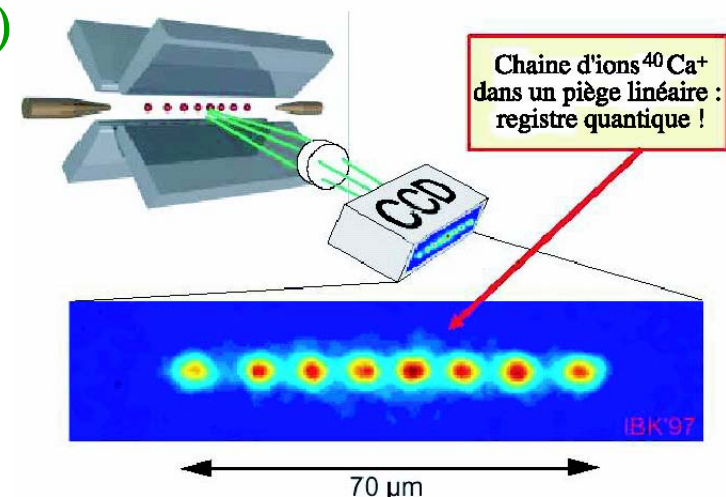
Principe physique différent (qbits intriqués)  
logiciels conceptuellement différents.

Que serait un ordinateur quantique ?

Un ensemble de portes logiques quantiques interconnectées, travaillant sur des bits quantiques (Q bits) intriqués

Système travaillant avec des états intriqués:  $\Rightarrow$  Parallélisme massif

En effet, l'espace des états produit tensoriel de N qbits a une dimension  $2^N$  ! L'essentiel de cet espace est constitué d'états intriqués.



# Une nouvelle révolution quantique?\*

## Intrication

- Concept **révolutionnaire**, comme l'avaient deviné Einstein et Bohr, et comme Bell l'a magnifiquement clarifié.
- Radicalement différent des concepts de base de la première révolution quantique (dualité onde-particule)

Concept de base d'une nouvelle révolution quantique, conceptuellement aussi importante que la première

- Un autre ingrédient crucial: la maîtrise expérimentale (et théorique) des objets quantiques individuels

La nouvelle révolution conceptuelle débouchera-t-elle sur une révolution technologique ?

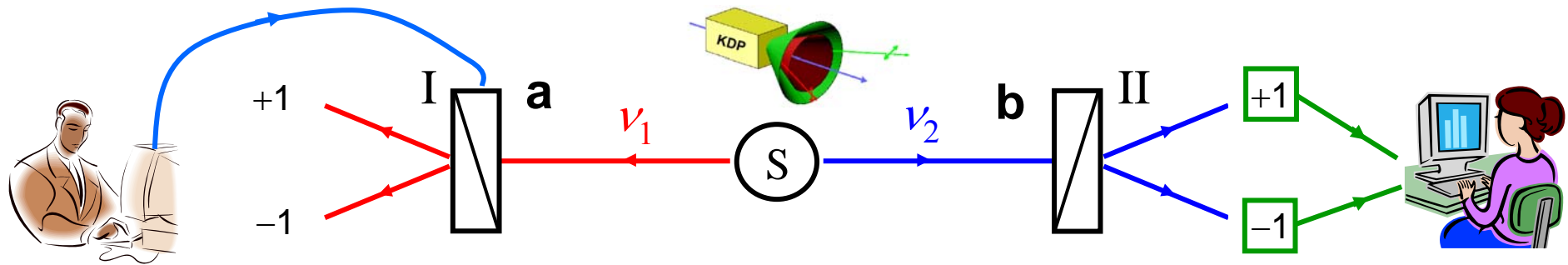
Après la première révolution quantique (laser, ordinateur, autoroutes de l'information), une nouvelle révolution technologique (ordinateur quantique) capable de bouleverser nos sociétés ?

\* AA, in « Demain la physique », O. Jacob, 2004; AA, à paraître 2005-2006 (O. Jacob)

# Appendice

L'impossibilité d'envoyer un signal utilisable à une vitesse supérieure à celle de la lumière.

# No faster than light signaling with EPR entangled pairs



Arthur changes the setting of polarizer I from  $\mathbf{a}$  to  $\mathbf{a}'$ : can Beatrice **instantaneously** observe a change on its measurements at II ?

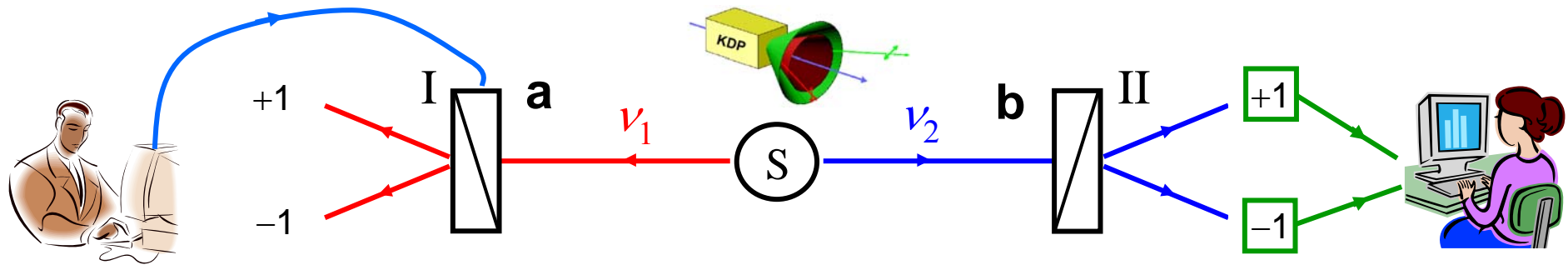
Single detections:  $P_+(\mathbf{b}) = P_-(\mathbf{b}) = 1/2$       No information about  $\mathbf{a}$

Joint detections:  $P_{++}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = P_{--}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \frac{1}{2} \cos^2(\mathbf{a}, \mathbf{b})$  etc.

Instantaneous change !

Faster than light signaling ?

# No faster than light signaling with EPR entangled pairs



Arthur changes the setting of polarizer I from  $\mathbf{a}$  to  $\mathbf{a}'$ : can Beatrice **instantaneously** observe a change on its measurements at II ?

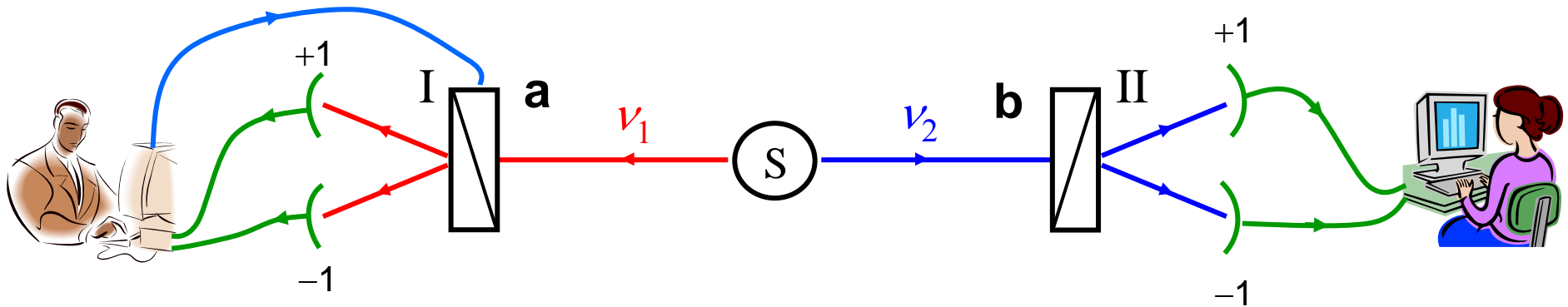
Joint detections:  $P_{++}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = P_{--}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \frac{1}{2} \cos^2(\mathbf{a}, \mathbf{b})$  etc.

**Instantaneous change ! Faster than light signaling ?**

To measure  $P_{++}(\mathbf{a}, \mathbf{b})$  Beatrice must compare her results to the results at I: the **transmission** of these results from I to Beatrice is done on a **classical channel**, **not faster than light**.

*cf. role of classical channel in quantum teleportation.*

# So there is no problem ?



View *a posteriori* onto the experiment:

During the runs, Arthur and Beatrice carefully record the time and result of each measurement.

After completion of the experiment, they meet and compare their data...

... and they find that  $P_{++}(\mathbf{a}, \mathbf{b})$  had changed instantaneously when Arthur had changed his polarizers orientation...

Non locality still there, but cannot be used for « practical telegraphy »

# Is it a real problem ?

« It has not yet become obvious to me that there is no real problem. I cannot define the real problem, therefore I suspect there's no real problem, but I am not sure there is no real problem. So that's why I like to investigate things. »\*

R. Feynman

Int. Journ. of Theoret. Phys. 21, 467 (1982)\*\*

- \* Cette phrase est écrite à propos des corrélations EPR
- \*\* Article où sont énoncées des idées fondatrices sur les ordinateurs quantiques